

**Internationales Studienkolleg für Fachhochschulen in  
Kaiserslautern**

**Semester:** Wintersemester 2010/2011

**Abschlussprüfung:** Mathe für W1

**Datum:** 09.12.2010

**Dauer:** 90 Minuten

**Prüfer:** Dr. Jens Siebel

**Aufgabe 1**

a) Lösen Sie den Ausdruck  $(a+b)^6$  auf (4 Punkte).

b) Vereinfachen Sie soweit wie möglich:

b1)  $\frac{-3 \cdot (a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2)}{(a+b)^3}$ , b2)  $\frac{a-b}{a^2 - b^2}$ , b3)  $\left(\left(\sqrt{x}\right)^{\frac{5}{2}}\right)^3$ , b4)  $\frac{x^6}{x^3 (\sqrt[6]{x})^3}$  (jeweils 1 Punkt)

c) Berechnen Sie: c1)  ${}_4 \log(122)$ , c2)  $\binom{7}{4}$  (jeweils 1 Punkt)

**Aufgabe 2**

Wir haben die Funktion  $f(x) = \frac{x}{x-1}$ .  $D_f = \{x \in \mathbb{R} | x \neq 1\}$ .

a) Bestimmen Sie die Nullstellen und die Schnittpunkte mit der y-Achse (4 Punkte).

b) Bestimmen Sie:

b1)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{x-1}$ , b2)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{x-1}$ , b3)  $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x}{x-1}$ , b4)  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x}{x-1}$  (jeweils 1 Punkt)

c) Zeichnen Sie die Funktion im Bereich  $-3 \leq x \leq 3$  (2 Punkte).

**Aufgabe 3**

Eine Firma stellt das Gut X her. Der einzige Produktionsfaktor ist Arbeit. Die Produktionsfunktion lautet:  $x = X(l) = 10 \cdot \sqrt{l}$ , wobei  $l$  die Anzahl der Arbeitsstunden ist. Die Kosten für eine Arbeitsstunde sind  $q_l = 10\text{€}$ . Die Fixkosten betragen  $K_f = 50.000,00\text{€}$ .

Um welche Art von Produktionsfunktion handelt es sich hier? (1 Extrapunkt)

- Bestimmen Sie die Kostenfunktion  $K(x)$  (3 Punkte).
- Das Gut X wird zum Preis von  $p_x = 450\text{€}$  je Stück verkauft. Erstellen Sie die Gewinnfunktion  $G(x)$ , und ermitteln Sie die gewinnmaximale Produktionsmenge und den maximalen Gewinn (5 Punkte).
- Bei welcher Produktionsmenge ist der Gewinn gleich 0? (3 Punkte)

**Aufgabe 4**

a) Eine lineare Funktion  $f(x)$  besitzt die beiden Punkte  $(3|-1)$  und  $(-5|4)$ .

a1) Wie lautet die Funktion  $f(x)$ ? (3 Punkte)

a2) Bestimmen Sie die Schnittpunkte von  $f(x)$  mit  $g(x) = x^2$  (3 Punkte).

b) Wie lautet die Funktion  $h(x)$ , wenn Sie im Vergleich zu  $g(x) = x^2$  um 1 Einheit nach rechts verschoben, um den Faktor 3 gestreckt, und an der y-Achse gespiegelt ist? (3 Punkte)

**Aufgabe 5**

a) Ihnen sind jeweils einige Kennzahlen von arithmetischen Folgen und Reihen gegeben. Bestimmen Sie die gesuchten Kennzahlen.

a1) Gegeben:  $a_1 = 5, d = 3$ . Gesucht:  $a_7, s_7$  (2 Punkte)

a2) Gegeben:  $a_2 = 23, a_3 = 27$ . Gesucht:  $a_1, d, s_{19}$  (3 Punkte)

b) Ihnen sind jeweils folgende Kennzahlen einer geometrischen Folge bzw. Reihe gegeben. Bestimmen Sie die gesuchten Kennzahlen.

Gegeben:  $a_1 = 5, q = 3$ . Gesucht:  $a_7, s_7$  (3 Punkte)

c) Bestimmen Sie den Endwert einer 19-jährigen vorschüssigen Rente mit einer jährlichen Rate von  $r=600,34\text{€}$  bei einem Zinssatz von 2%. Rechnen Sie bei den Zwischenschritten auf vier Nachkommastellen genau (2 Punkte).

**Aufgabe 6**

Bestimmen Sie die Lösungsmenge folgender Gleichungen und Ungleichungen:

a)  $|x-14| = 3 \cdot x + 2$   $D = \mathbb{R}$  (3 Punkte), b)  $\frac{4}{3 \cdot x - 5} > 4$   $D = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x \neq \frac{5}{3}\right\}$  (4 Punkte),

c)  $\sqrt{x^2 - 1} = 2$   $D = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq -1 \vee x \geq 1\}$  (3 Punkte)